**Statistical Computing and Simulation(0528)** 統碩一 106354003 林健宏  
＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

**Hastings-Metropolis algorithm(HM-algorithm)**

為一種 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)的方法，用於從目標分配函數(target distribution)中，生成樣本。而生成的樣本具有相依性，即下一次生成的樣本於過往的樣本有關，但下一次生成的樣本由現在的樣本決定。

**流程：**

從目標分配函數生成樣本

1. 提出一個分配函數與有關，即

2. , 其中

本次課題：利用Hastings-Metropolis algorithm生成500筆 N(, 的樣本，並計算接受率，即的機率。

而推導出的

下一頁開始分別有八組不同的初始值，以及所對應的時間序列圖、ACF與接受率：

1. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 1) | (Figure 2) |

從Figure 1來看，有出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。從這500筆相關樣本，看出資料並無收斂至穩定狀態，須持續的生成樣本，直到樣本呈現收斂狀態。而ACF圖則遞減得很慢，意味著資料之間的自我相關很強烈，未呈現收斂狀態。

接受率：0.842

2. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 3) | (Figure 4) |

從Figure 3來看，有出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。當t大約在100之後，動在(-2.5, 2.5)之間，即樣本呈現收斂狀態。而ACF圖則顯示自我相關係數逐漸遞減，逐漸收斂、穩定。

接受率：0.83

3. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 5) | (Figure 6) |

從Figure 5來看，有出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。當t大約在30之後，動在(-2.5, 2.5)之間，即樣本呈現收斂狀態。而ACF圖顯示自我相關係數遞減很快，收斂至一定區間內，意味著資料呈現穩定狀態。

接受率：0.13

比較 1. 2. 3. 在給定不同下的收斂狀態與接受率，當但接受率則越小

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 達到收斂所需的樣本數 | t >500 | t | t |
| 接受率 | 0.842 | 0.83 | 0.13 |

4. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 7) | (Figure 8) |

從Figure 7來看，出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。而圖中鮮少有出現水平線段，表示，並且。而ACF圖則遞減得很慢，意味著資料之間的自我相關很強烈，未呈現收斂狀態。

接受率：0.974

5. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 9) | (Figure 10) |

從Figure 9來看，出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。而圖中鮮少有出現水平線段，表示，而。而ACF圖則顯示自我相關係數逐漸遞減，逐漸收斂、穩定。

接受率：0.84

6. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 11) | (Figure 12) |

從Figure 11來看，出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。而圖中出現大量水平線段，表示，而。而ACF圖顯示自我相關係數遞減很快，收斂至一定區間內，意味著資料呈現穩定狀態。

接受率：0.14

比較 4. 5. 6. 在給定不同下的收斂狀態與接受率，由於三組資料浮動範圍都介在(-2.5, 2.5)之間，因此在這不討論達到收斂時所需要的樣本數。而比較三組不同的接受率，當

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 接受率 | 0.974 | 0.84 | 0.14 |

7. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 13) | (Figure 14) |

從Figure 13來看，有出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。當t大約在20之後，動在(-2.5, 2.5)之間，即樣本呈現收斂狀態。而ACF圖顯示自我相關係數遞減比第1~3組的還快，更快地收斂至一定區間內，意味著資料更快呈現穩定狀態。

接受率：0.342

8. 給定起始值

|  |  |
| --- | --- |
| (Figure 15) | (Figure 16) |

從Figure 15來看，有出現水平線段表示，下一刻的樣本與現在的樣本一樣，並無變動。動在(-2, 2)之間，即樣本呈現收斂狀態。而ACF圖顯示自我相關係數遞減比第4~6組的還快，更快地收斂至一定區間內，意味著資料更快呈現穩定狀態。

接受率：0.332

**結論：**

從第一組資料到第六組資料，得出當一般建議選擇合適的 使得接受率來到30%~40%，同時也能讓ACF遞減速度更快，意味者資料可以更容易呈現穩定。

因此試做了第七組與第八組資料，在給定初始值以及下，所對應的分別為3 與 3，接受率為0.342與0.332，符合一般建議的條件。

**Appendix:**

Code: [**https://github.com/kevinpiger/Statistical-Computing-and-Simulation-Nine**](https://github.com/kevinpiger/Statistical-Computing-and-Simulation-Nine)